Задание 2.

Пример: $3; 4; 5; 6; 7$ $\quad$ $5; 6; 7; 8; 9$ $\quad$ $100; 101; 102; 103; 104$

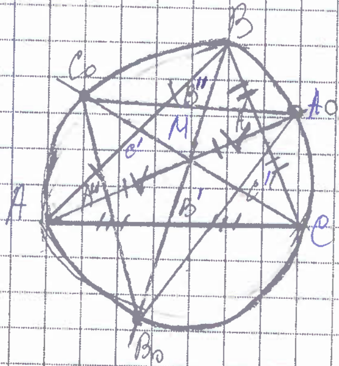
доказательство: 1) $2\ 2\ 4\ 3\ 6$ $\quad$ 1) $4\ 3\ 6\ 4\ 8$ $\quad$ 1) $50; 100; 51; 102; 52$

2) $1\ 1\ 2\ 2\ 3$ $\quad$ 2) $2\ 2\ 3\ 3\ 4$ $\quad$ 2) $25; 50; 50; 51; 26$ $\quad$ 7б

Вывод: Если начальный набор состоял из пяти последовательных натуральных чисел, то после двух преобразований в нём появятся хотя бы два равных числа.

Задание 4

Дано:



$\triangle ABC$; вписанная окружн.

$AA'; BB'; CC'$ - медианы

$AA' \cap BB' \cap CC' = M$

$AA_0 \cap$ окружн.;

$BB_0 \cap$ окружн.;

$CC_0 \cap$ окружн.;

$AM = MA_0$

2б

Доказать, что $\triangle A_0B_0C_0$ - равнобедренный

Доказательство: $MA = MA_0$ (радиусы) ; $\Rightarrow$ (·)M - центр окружности.

$MA_0 = MC = MB_0 = MA = MC_0 = MB$;

A_0A'', C_0C'', B_0B'' - медианы $\triangle A_0B_0C_0$; $\Rightarrow$ $C_0B'' = A_0B''$;

$C_0A'' = B_0A''$ и $B_0C'' = A_0C''$

1) Рассмотрим $\triangle C_0A''M$ и $\triangle A_0C''M$;

$C_0M = A_0M$; $A''M = C''M$; $\angle C_0MA'' = \angle A_0MC''$ - вертикальные

$\Rightarrow C_0A'' = A_0C''$

2) Рассмотрим $\triangle A''MB_0$ и $\triangle C''MB_0$;

$A''M = C''M$; MB_0 - общая сторона

$A''B_0 = C_0A'' = A_0C'' = C''B_0$

$\Rightarrow A''B_0 = C''B_0$

3) $C_0B_0 = C_0A'' + A''B_0$ и $A_0B_0 = A_0C'' + C''B_0$

$\Rightarrow C_0B_0 = A_0B_0$;

следовательно $\triangle A_0B_0C_0$ – равнобедренный

Задание 3.

$x^2 + ax + b$

$|x| > 2$.

Доказать, что число $a+b+1$ составное.

$x^2 + ax + b = 0$

$x_1 + x_2 = -a$ $\quad x_1 < 0$ $\quad \Rightarrow x \in (-\infty; -2)$

$x_1 \cdot x_2 = b$ $\quad x_2 < 0$

4 б

Пример: $-3 + (-4) + 1 = -6$ $(\div 2; -2; 3; -3)$

-6 – составное число

$-56 - 101 + 1 = -156$ $(\div 2; -2; 3; -3; 4; -4, \ldots$

-156 составное число

Ответ: $a+b+1$ – число составное

Задание 4

$a^3 + b^3 = c^3 + d^3$

$\underline{(a+b)} \cdot (a^2 - ab + b^2) = \underline{(c+d)}(c^2 - cd + d^2)$ $\qquad a+b = c+d$

$a^2 - ab + b^2 = c^2 - cd + d^2$ $\qquad a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

$-ab = -cd$

7 б

Ответ: Верно.

Задание 5.

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$x_1 = -c$; $x_2 = b$; $x_3 = a$

38.

$S = \sqrt{\frac{1+b-c}{2}\left(\frac{1+b-c}{2} - 1\right)\cdot\left(\frac{1+b-c}{2} - b\right)\left(\frac{1+b-c}{2} + c\right)}$

№ 5

$$S=\sqrt{\frac{1+b-c}{2}\left(1+b-c-2\right)\cdot\left(1+b-c-2b\right)\cdot\left(1+b-c+2c\right)}$$

$$S=\sqrt{\frac{1+b-c}{2}\left(b-c-1\right)\cdot\left(1-b-c\right)\cdot\left(1+b+c\right)}$$

$$S=\sqrt{\frac{1+b-c}{2}\left(c^2-b^2+2b-1\right)\cdot\left(1+b+c\right)}$$

$$S=\sqrt{\frac{1+b-c}{2}\left(c^3-b^3+c^2+b^2+bc^2-b^2c+2bc-b-c-1\right)}$$

задание 1 - 7б
задание 2 - 7б
задание 3 - 7б
задание 4 - 2б
задание 5 - 3б

Всего: 26 б

Токарева Г.А.

Яковлева В.С.