

**Типовые задания муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике**

Восьмой класс

8.1. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций $y = ax + b$ и $y = bx + a$.

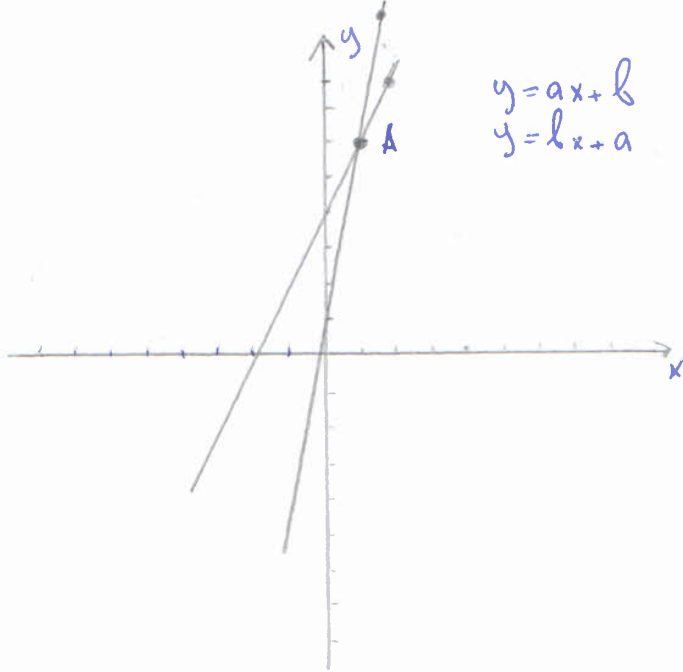
~~8.2.~~ Два друга Вася и Петя порвали школьную стенгазету, в которой была заметка про их плохую учебу. Причем Вася рвал каждый кусок на 5 частей, а Петя на 9. Завуч, заметив такое безобразие, потребовала собрать обрывки стенгазеты. Ребята нашли 2015 обрывков. Все ли обрывки были найдены и почему?

8.3. Первая цифра четырехзначного числа 7. Если эту цифру перенести на последнее место, то число уменьшится на 864. Найдите четырехзначное число.

8.4. Докажите, что $a^4 + 4$ является составным числом при любом натуральном $a > 1$.

~~8.5.~~ На основании AD трапеции ABCD нашлась такая точка E, что периметры треугольников ABE, BCE и CDE. Докажите, $BC = AD/2$

①



$$y = ax + b$$

$$y = bx + a$$

x	2	1
y	8	6

x	1	2
y	6	10

Возьмем число $a=2, b=4$

Точка пересечения A с координатами (1;6)

Абсциссой точки пересечения графиков функций $y=ax+b$ и $y=bx+a$ является число 1. ~~25~~ 35

④ $a^4 + 4 ; a > 1$

если $a > 1$, то $a^4 + 4 > 5$

Пример $a=2$, тогда $2^4 + 4 = 20$; 20 - составное число.

~~Любое число $b < 4$ степени~~

~~Если число a является четным, то $a^4 + 4$ тоже будет являться четным числом, значит никакие множители быть не могут на ①, на само себя, ⁴ на ②.~~

В остальных случаях любую наименьшую степень числа будем не равна 5 до составного ④.

Пример: число 11.

$$11^4 + 4$$

$$11 \cdot 11 = 121$$

$$121 \cdot 11 = 1331$$

$$1331 \cdot 11 = 14641 + 4 = 14645 - \text{делится еще и на } \textcircled{5}$$

число 13.

$$13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 = 59521 + 4 = 59525 - \text{делится еще и на } \textcircled{5}$$

Любое натуральное число больше 4, в 4 степени
на конце будет цифра 6, если прибавить 4, то полу-
чится на конце 0, - признак делимости на 5.

~~48~~ 40

②

Предположим, что Вася и Денис порвали тетрадему поровну, но есть число кусочков порванных Васей будет равно числу кусочков порванных Денией. Если они имеют все обрывки, тогда число ~~об~~ кусочков порванных ~~оба~~ ¹⁴ ~~нашими~~ из ~~редом~~ можно найти так:

$$\text{так: } 2015 : (9 + 5) = 143, \dots$$

$$\begin{array}{r} 2015 \overline{) 14} \\ \underline{-14} \\ 61 \\ \underline{-56} \\ 55 \\ \underline{-42} \\ 13 \end{array}$$

Мы видим что число 143 не делится, значит все ранее предположенное нами неверно. Возьмем, что они порвали тетрадему поровну, но имеют не все обрывки. У нас есть число 143, но так как оно не делится, но возьмем число 144. Тогда количество кусочков найдем:

$$9 \cdot 144 + 5 \cdot 144 = 2016.$$

$$2016 - 2015 = 1.$$

Следовательно они не имеют 1 обрывка.

Но что если они имеют все обрывки, тогда следует что тетрадему они порвали не поровну. Так, как разницы в 1 обрывок, то воспользуемся методом:

$$2 \cdot 5 + 9 = 1.$$

$$9 - 2 \cdot 5 = -1$$

35.

$$2016 + 9 - 2 \cdot 5 = 2015.$$

Значит Вася порвал 142 кусочка по 5 обрывков, а Денис 145 кусочков по 9 обрывков. Тогда они имеют все обрывки.

$$\text{Проверка: } 142 \cdot 5 + 145 \cdot 9 = 2015.$$

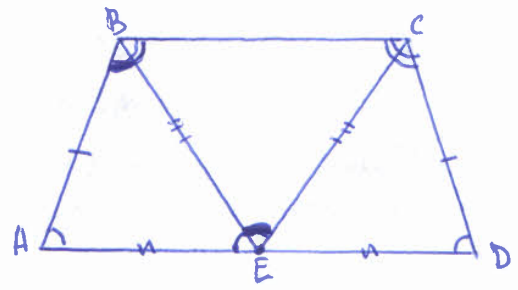
5

Дано: ABCD - трапеция.

$P_{ABE} = P_{BCE} = P_{CDE}$.

Доказать: $BC = \frac{1}{2} AD$.

Доказательство:



Докажем, что трапеция ABCD - равнобедренная.

Поскольку $AB=CD$, $\angle BAD = \angle CDA$, $\angle ABC = \angle DCB$. Из того, что $P_{ABE} = P_{CDE}$ AE должна быть равна DE. Значит E - середина AD.

Рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle CDE$. $AE=DE$, $AB=CD$, а $\angle BAD = \angle CDA$, поэтому $\triangle ABE = \triangle CDE$, по двум сторонам и углу между ними.

Поскольку $BE=CE$, а $\angle ABE = \angle DCE$.

~~Рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle BCE$. Так как $\angle ABC = \angle DCB$, а $\angle ABE = \angle DCE$, то $\angle ECB = \angle ECD$. Тогда $\angle CBE = \angle AEB$ - накрест лежащие при пересечении двух параллельных прямых.~~

Рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle BCE$. BE - общая, а так как $EB=EC$, а $\angle ABE = \angle CEB$, то $\triangle ABE = \triangle BCE$. Из этого следует, что $BC = BE = AE$, а так как $AE = \frac{1}{2} AD$, то $BC = \frac{1}{2} AD$, з.н.г.

3)
$$\begin{array}{r} 7xyx \\ - xxxz \\ \hline 864 \end{array}$$

1) Не надо, чтобы получить 4, нужно из 11 вычесть 7.

При этом 1 десяток записывается. Попробуем
$$\begin{array}{r} 7xxx\textcircled{1} \\ - xxx\textcircled{2} \\ \hline 864 \end{array}$$
 Так как цифра 7 переносится в конец, но 1 сбавляется влево. Но бы получить 6, нужно из 7 вычесть 1, но так как один десяток записывается, то получится 8.

8.
$$\begin{array}{r} 7x81 \\ - xx1z \\ \hline 864 \end{array}$$
 Цифра 8 сбавляется влево. Попробуем:
$$\begin{array}{r} 7x81 \\ - x81z \\ \hline 864 \end{array}$$

Чтобы получить 8, нужно из 16 вычесть 8, при этом 1 десяток нужно занять, значит получим
$$\begin{array}{r} 7681 \\ - x81z \\ \hline 864 \end{array}$$
 Цифра 6 сбавляется влево.

попробуем.
$$\begin{array}{r} 7681 \\ - 681z \\ \hline 864 \end{array}$$
 В конце получится число **(681z)**

75/255

$9+5=(14)$

2015:14

②

$$\begin{array}{r} 2015 \overline{) 14} \\ \underline{14} \\ 61 \\ \underline{56} \\ 55 \\ \underline{42} \\ 13 \dots \end{array}$$

$900+360$

$$5 \cdot 220 + 9 \cdot 1296 = 2 = 1900 + 116 = 2016.$$

~~Вася по 9 и~~

$5 \cdot 142 + 9 \cdot 115$

$500 + 200 + 10 + 900 + 360 + 45 = 1960 + 55 = 2015.$

Предположим, что Вася и Стея полам смен-разену поровну, то есть число жуков поровну Васей будет равно числу жуков поровну Стеей.

Тогда число жуков можно найти так:

$$9+5 \cdot 2015 : (9+5), \text{ но число это число не делится.}$$

Значит, либо они разорвали сменразену на 2016 растений, ~~или~~ и не нашли одну расту, либо

Другой вариант. ~~предположим~~ что если они полам сменразену не поровну? ~~Тогда нам чис-~~ но исходить из числа 2015. ~~Правда~~, как 2016 на 1 меньше больше 2015, то ~~нам~~ нужно взять по 5 и 9 столько раз, что бы получилось на 1 меньше. ~~Значит~~ ~~можно~~ ~~получить~~ так: $2016 - 5 \cdot 2 + 9 = 2015.$

И ответ: ~~ответ~~ ~~так~~. либо Вася и Стея полам сменразену поровну по 144 жука ~~каждый~~ и не нашли одну одну жуков, либо Вася полам 142 жука ~~на~~ 5 на 5 жуков, а Стея 145 жуков ~~на~~ на 9 жуков.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 289 \\ \times 17 \\ \hline 2023 \\ + 289 \\ \hline 4913 \end{array}$$

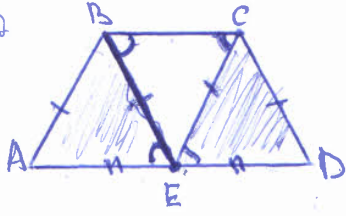
$$\begin{array}{r} 62 \\ 4913 \\ \times 17 \\ \hline 10391 \\ + 4913 \\ \hline 53527 \end{array}$$

90

2 5 9

3 6 7

18.0



$$\begin{array}{r} 5xxx \\ - xxx7 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6627 \\ + 864 \\ \hline 76x1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 864 \\ \hline 864 \\ 6048 \\ 10100 \\ \hline 86400 \end{array}$$

Дано: ABCD - параллелограмм;

$P_{\Delta ABE} = P_{\Delta BCE} = P_{\Delta CDE}$

Доказать: BC = 1/2 AD

Доказать: BE = CE

У нас получены три параллельных ABCD - параллелограмма. Тогда $\angle BAE = \angle CDE$. Следовательно, что бы $P_{ABE} = P_{CDE}$ тогда $AE = DE$, но если точка E лежит на середине AD. Следовательно $AE = DE$.

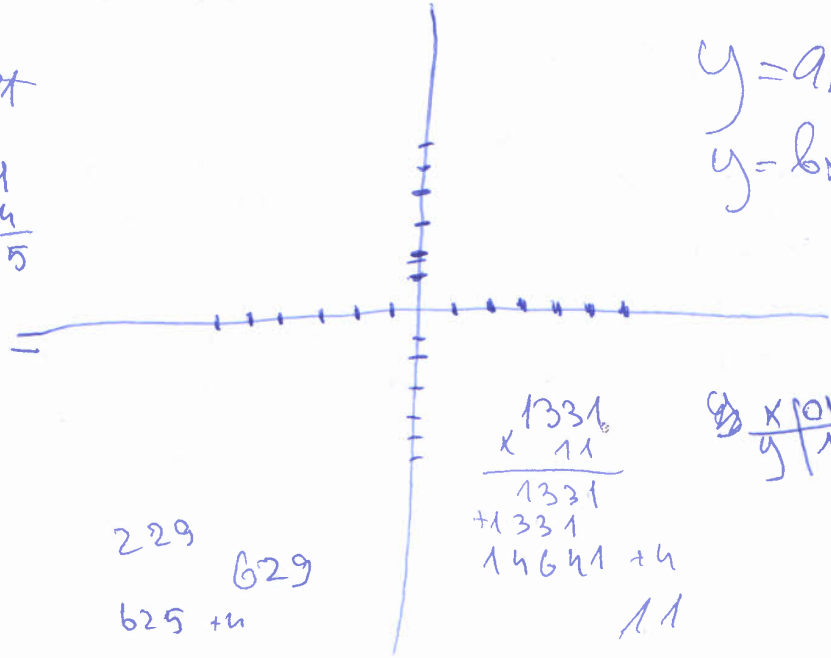
Рассмотрим ΔABE и ΔCDE . $AE = DE$, $\angle BAE = \angle CDE$, а $AB = CD$, значит $\Delta ABE = \Delta CDE$ по двум сторонам и углу между ними.

~~7777~~

$$\begin{array}{r} 7681 \\ + 684 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$y = ax + b$$

$$y = bx + a$$



$$\begin{array}{r} 76x1 \\ - 684 \\ \hline 684 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7681 \\ - 864 \\ \hline 8 \end{array}$$

229
629
625 + 11

$$\begin{array}{r} 1331 \\ \times 11 \\ \hline 1331 \\ + 1331 \\ \hline 14641 + 4 \\ 11 \end{array}$$

$$\frac{x|0|1}{9|1|0}$$

3-3-3-3

9; 27

60 + 21

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 11 \\ \hline 81 \\ + 81 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ + 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$