Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**4 класс**

**4.1.** В классе учиться 29 учеников. Сумма их возрастов равна 342. А чему будет равна сумма их возрастов ровно через 3 года? Ответ объясните.

**4.2.** Сложите квадрат, разделив фигуру на две части. Покажите, как разрезать и как сложить.



**4.3.** Восстановите поврежденные записи арифметических действий, то есть замените звездочками цифрами так, чтобы получилось верное равенство:



**4.4.** Первую среду месяца Серёжа провёл в Сочи, а первую среду после первого вторника – в Хабаровске. В следующем месяце Серёжа первую среду провёл в Москве, а первую среду после первого вторника – в Санкт-Петербурге. Сможете ли вы определить, какого числа и какого месяца Серёжа был в каждом из городов? (В один день Серёжа может побывать только в одном городе.)

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**5 класс**

**5.1.** В классе учиться 29 учеников. Сумма их возрастов равна 342. А чему будет равна сумма их возрастов ровно через 3 года? Ответ объясните.

**5.2.** Сложите квадрат, разделив фигуру на две части. Покажите, как разрезать и как сложить.



**5.3.** Восстановите поврежденные записи арифметических действий, то есть замените звездочками цифрами так, чтобы получилось верное равенство:



**5.4.** Первую среду месяца Серёжа провёл в Сочи, а первую среду после первого вторника – в Хабаровске. В следующем месяце Серёжа первую среду провёл в Москве, а первую среду после первого вторника – в Санкт-Петербурге. Сможете ли вы определить, какого числа и какого месяца Серёжа был в каждом из городов? (В один день Серёжа может побывать только в одном городе.)

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**6 класс**

**6.1.** В трёх двузначных слагаемых все цифры различны. Какая наибольшая сумма могла получиться? Ответ объясните.

**6.2.** На рисунке изображен прямоугольник, сложенный из девяти одинаковых прямоугольников. Известно, что $CD=42$ м. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

**6.3.** В трёх альбомах лежат 168 фотографии. Из первого альбома вынули $\frac{5}{13}$ всех лежащих в нём фотографий и разделили на две части $\frac{3}{13}$ и $\frac{2}{13}$. Первую часть $\left(\frac{3}{13}\right)$ переложили во второй альбом, а вторую часть $\left(\frac{2}{13}\right)$ – в третий. После этого во всех трёх альбомах фотографий стало поровну. Сколько фотографий было в каждом альбоме?

**6.4.** Докажите, что из 2019 полосок бумаги шириной 1 и длинами 1, 2, …, 2019 можно составить прямоугольник, ширина и длина которого больше 1. (Использовать все полоски обязательно. Накладывать полоски друг на друга нельзя.)

Школьный тур всероссийской олимпиады школьников по математике

**7 класс**

**7.1.** Имеются цифры 1, 2, 3, 4. Сколько различных чисел, кратных 12 можно из них составить? При составлении числа каждую цифру можно использовать один раз или не использовать совсем.

**7.2.** В районе три села: Истинск, Вруново и Итакисякск. Жители Истинска всегда говорят правду, Вруново $-$ лгут, а жители Итакисякска строго попеременно лгут и говорят правду. Пожарным позвонили из одного села:

- У нас пожар!

- Где горит?

- В Итакисякске.

Пожарные уверены, что пожар есть. Куда им ехать?

**7.3.** В трёх альбомах лежат 168 фотографии. Из первого альбома вынули $\frac{5}{13}$ всех лежащих в нём фотографий и разделили на две части $\frac{3}{13}$ и $\frac{2}{13}$. Первую часть $\left(\frac{3}{13}\right)$ переложили во второй альбом, а вторую часть $\left(\frac{2}{13}\right)$ – в третий. После этого во всех трёх альбомах фотографий стало поровну. Сколько фотографий было в каждом альбоме?

**7.4.** Покажите, как разрезать приведённую ниже фигуру на три части и сложите из этих частей квадрат. Резать можно только по линиям сетки. Части могут получиться разными.



Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**8 класс**

**8.1.** Имеется 30 бревен длинами 3 м и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно). Ответ обосновать.

**8.2.** Из чисел $a$, $b$ и $c$ одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a²= b²∙(b – c).$ Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно нулю? Ответ объясните.

**8.3.** Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60º. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60º.

**8.4.** Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках **шахматной доски** (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**9 класс**

**9.1.** В слове МАТЕМАТИКА замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы – разными цифрами так, чтобы получилось наименьшее возможное десятизначное число, кратное 90. Ответ объясните.

**9.2.** Докажите, что из 2019 полосок бумаги шириной 1 и длинами 1, 2, …, 2019 можно составить прямоугольник, ширина и длина которого больше 1. (Использовать все полоски обязательно. Накладывать полоски друг на друга нельзя.)

**9.3.** Квадрат расстояния между корнями квадратного трехчлена $x^{2}+px+q$ равен $1$. Найдите коэффициенты $p$ и $q$, если известно, что они являются простыми числами.

**9.4.** Дан треугольник $ABC$*.* Через точку $A$ проведена прямая, перпендикулярная биссектрисе угла $ABC$ и пересекающая прямую $CB$ в точке $K$*.* Через точку $C$ также проведена прямая, перпендикулярная биссектрисе угла $ABC $и пересекающая прямую $BA$ в точке $M$. Найдите $AB$, если $BM $= 9, $KC$ = 2.

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**10 класс**

**10.1.** В слове МАТЕМАТИКА замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы – разными цифрами так, чтобы получилось наименьшее возможное десятизначное число, кратное 90. Ответ объясните.

**10.2.** Докажите, что из 2019 полосок бумаги шириной 1 и длинами 1, 2, …, 2019 можно составить прямоугольник, ширина и длина которого больше 1. (Использовать все полоски обязательно. Накладывать полоски друг на друга нельзя.)

**10.3.** Квадрат расстояния между корнями квадратного трехчлена $x^{2}+px+q$ равен $1$. Найдите коэффициенты $p$ и $q$, если известно, что они являются простыми числами.

**10.4.** Биссектрисы углов $K$, $L$ и $M$ выпуклого четырёхугольника $KLMN$ пересекаются в одной точке. Лучи $KL$ и $NM$ пересекаются в точке $P$, а лучи $LM$ и $KN$ в точке $Q$. Докажите, что суммы длин противоположных сторон невыпуклого четырёхугольника $KPMQ$ равны.

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

**11 класс**

**11.1.** В книге по зельеварению каждая глава начинается с нового листа. Гарри Поттер залил волшебным зельем все листы второй главы волшебной книги. Третья глава этой книги начинается со страницы 523, а номер последней страницы перед второй главой записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов занимает вторая глава?

**11.2.** Можно ли клетчатый прямоугольник 4 на 11 разрезать по границам клеток на 9 прямоугольников разной площади?

**11.3.** При каких$ a$ и $b$ многочлен $ax^{4}+bx^{2}+1$ без остатка делится на многочлен $x^{2}-3x+2$?

**11.4.** Дан правильный 24-угольник $A\_{1}A\_{2}A\_{3}…A\_{24}$ с центром в точке $O$. Найдите семь различных вершин $A\_{i\_{1}},A\_{i\_{2}},A\_{i\_{3}},…,A\_{i\_{7}}$ этого 24-угольника таких, что сумма векторов $\vec{OA\_{i\_{1}}}+\vec{OA\_{i\_{2}}}+\vec{OA\_{i\_{3}}}+…+\vec{OA\_{i\_{7}}}$ равна 0.