

1	2	3	4	5
7	4	0	1	7

Задание 8.1.

$$9 * 8 * 7 * 6 = 5 * 4 * 3 * 2 * 1.$$

Мой вариант расстановки знаков в данном равенстве:

$$9 - 8 + 7 - 6 = 5 - 4 + 3 - 2 \times 1.$$

Докажем, что равенство верное:

$$9 - 8 + 7 - 6 = 2 \quad 5 - 4 + 3 - 2 \times 1.$$

75

1) $9 - 8 = 1$

1) $2 \times 1 = 2$

2) $1 + 7 = 8$

2) $5 - 4 = 1$

3) $8 - 6 = 2$

3) $1 + 3 = 4$

4) $4 - 2 = 2$

$$2 = 2$$

Значения левой и правой части равны.

$$\text{Ответ: } 9 - 8 + 7 - 6 = 5 - 4 + 3 - 2 \times 1.$$

Задание 8.2.

[ШАГ] Изначально, следует посчитать количество единиц в промежутке от 1 до 99.

1.1) В разряде единиц 1 встречается: 10 раз (1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91)

1.2) В разряде десятков 1 встречается: 10 раз (10-19)

Итого: 10 раз + 10 раз = 20 раз

) теперь, посчитаем количество единиц в промежутке от 1 до 1999.

2.1) В разряде тысяч единица встречается 1000 раз (1000-1999).

2.2) В разряде сотен единица встречается 200 раз (100-199; 1100-1199).

2.3) В разряде единиц и десятков 400 раз.

Итого: 200 + 400 + 1000 = 1600.

3) Посчитаем количество единиц в промежутке от 2000 до 2020.

3.1) В разряде единиц 1 встречается: 2 раза (2001, 2011)

3.2) В разряде десятков 1 встречается: 10 раз (2010-2019).

Итого: 10 + 2 = 12 раз

Общий итог: 1600 + 12 = 1612 раз 1 встречается в промежутке от 1 до 2020.

[ШАГ.]

) Посчитаем количество ~~единиц~~ двоек в промежутке от 1 до 1999.так как двойка встречается во всех десятках, так же как единица (за исключением десятка тысяч) \Rightarrow двойка встречается 600 раз.

Итого: 600 раз.

) теперь, посчитаем количество двоек в промежутке от 2000 до 2020.

1) ~~раз~~ в разряде единиц двойка встречается: 2 раза (2002, 2012)

2) в разряде десятков двойка встречается: 1 раз (2020)

3) в разряде тысяч двойка встречается: 1 раз (2000)

45

Задача 3.5

Перед нами два рыцаря и один хитрец и "два вопроса".

Если мы выберем двух людей из всевозможных трех, то обязательно один из них будет рыцарь, а второй либо рыцарь либо хитрец.

05

Задание 8.2 (продолжение).

Общий итог: $600 + 25 = 625$ раз.

45

I шаг.

Найдем разницу между количеством двоек и единиц.

1) $1612 - 625 = 987$ (раз) 2) $1612 > 625$.

Общий итог: единица встречается на 987 раз больше чем двойка в промежутке от 1 до 2020

Ответ: количество единиц больше количества двоек в промежутке от 1 до 2020 на 987 раз.

Задание 8.5.

Предположим, что \overline{mn} - возраст Васи, тогда возраст Пети равен \overline{nm}

$\overline{mn} = 10m + n$

$\overline{nm} = 10n + m$

При условии, что Вася старше Пети составим неравенство:

$10m + n > 10n + m$

$9m - m > 10n - n$

$9m > 9n$

$m > n \Rightarrow$ у Васи число десятков больше числа единиц.

Теперь подберем всевозможные варианты:

- $21^2 - 12^2 = (21-12)(21+12) = 9 \cdot 33$ (33 не является квадратом целого числа)
- $31^2 - 13^2 = (31-13)(31+13) = 18 \cdot 44$ (18 и 44 не являются квадратами целых чисел)
- $32^2 - 23^2 = (32-23)(32+23) = 9 \cdot 55$ (9 и 55 не являются квадратами целого числа)
- $41^2 - 14^2 = (41-14)(41+14) = 27 \cdot 55$ (27 и 55 не являются квадратами целых чисел)
- $42^2 - 24^2 = (42-24)(42+24) = 18 \cdot 66$ (18 не является квадратом целого числа)
- $43^2 - 34^2 = (43-34)(43+34) = 9 \cdot 77$ (9 не является квадратом целого числа)
- $51^2 - 15^2 = (51-15)(51+15) = 36 \cdot 66$ (66 не является квадратом целого числа)
- $52^2 - 25^2 = (52-25)(52+25) = 27 \cdot 77$ (27 и 77 не являются квадратами целых чисел)
- $53^2 - 35^2 = (53-35)(53+35) = 17 \cdot 88$ (17 и 88 не являются квадратами целых чисел)
- $54^2 - 45^2 = (54-45)(54+45) = 9 \cdot 99$ (9 не является квадратом целого числа)
- $61^2 - 16^2 = (61-16)(61+16) = 45 \cdot 77$ (45 и 77 не являются квадратами целых чисел)
- $62^2 - 26^2 = (62-26)(62+26) = 36 \cdot 88$ (88 не является квадратом целого числа)
- $63^2 - 36^2 = (63-36)(63+36) = 27 \cdot 99$ (27 и 99 не являются квадратами целых чисел)
- $64^2 - 46^2 = (64-46)(64+46) = 18 \cdot 110$ (18 и 110 не являются квадратами целых чисел)
- $65^2 - 56^2 = (65-56)(65+56) = 9 \cdot 121$ (9 и 121 являются квадратами целых чисел)

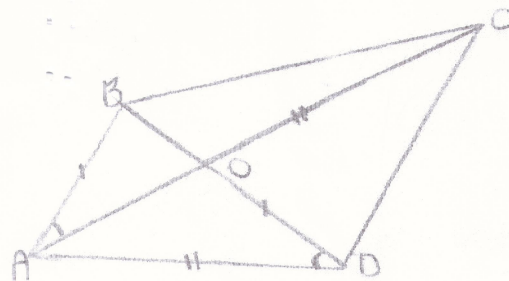
75

$\sqrt{9} = 3$

$\sqrt{121} = 11$

Ответ: возраст Васи 65 лет; возраст Пети - 56 лет.

Задача 8.4.



Необходимо доказать, что ABCD - трапеция.

Доказательство:

По определению трапеция - это четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

Для того чтобы доказать, что некоторые стороны ABCD не параллельны, мы представим ABCD как некоторую фигуру, у которой все стороны попарно параллельны, то есть представим ABCD параллелограмом.

1) По определению параллелограмма $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} \angle ODA = \angle CBO \\ \angle BAO = \angle OCD \\ \angle ABD = \angle ODC \end{aligned} \right\}$$

- как накрест лежащие углы при $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$ и секущих BD и AC .

По свойствам параллелограмма

$$\begin{aligned} AB &= CD \\ BC &= AD \\ BO &= OD \\ AO &= OC \end{aligned}$$

2) Рассмотрим $\triangle ABO$.

$$\left. \begin{aligned} AB = BO \text{ т.к. } BO = OD \text{ следовательно} \\ BO = AB \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\triangle ABO - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle BAO = \angle BOA \Rightarrow \angle BOA = \angle COB = \angle BAO$$

3) Рассмотрим $\triangle ODC$

$$\left. \begin{aligned} AB = CD \text{ (по с-ву параллелограмма)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\triangle ODC - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle COB = \angle OCD$$

4) Следовательно $\triangle ABO = \triangle ODC$ (по 2-ум сторонам и углу) $\Rightarrow \angle ABO = \angle ODC$, но это накрест лежащие углы при AB и CD секущей $BD \Rightarrow AB \parallel CD$

5) $\triangle ABO = \triangle ODC \Rightarrow AO = OC$, но так как $OC = AD \Rightarrow AO = AD$

6) Рассмотрим $\triangle AOD$; $AO = AD \Rightarrow \triangle AOD - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle AOD = \angle ODA$, но так как $\angle ODA = \angle BAO = \angle BOA \Rightarrow \angle AOD = \angle BOA$, но это смежные углы $\Rightarrow \angle AOD + \angle BOA = 180^\circ$

$\angle AOD = \angle BOA = 180^\circ : 2 = 90^\circ$, но следовательно $\angle AOD = \angle BOA = \angle BOC = \angle COD = 90^\circ \Rightarrow$

ABCD - квадрат $\Rightarrow AB = BC = CD = AD$, но по условию данные стороны не являются равными \Rightarrow ABCD не может являться квадратом, следовательно

ромбом, прямоугольником и параллелограммом, что опровергает условие: ABCD - параллелограмм \Rightarrow некоторые стороны ABCD будут непараллельными, что подтверждает тот факт, что ABCD является трапецией.

Вывод: ABCD - трапеция

Председатель комиссии:
секретарь
члены жюри

Кр Е. В. Королева
СЛ Л. В. Стугарева
Е. Ю. Андреева
Отз О. В. Трунова

15

итого: 195